

2017年医・国際総合科学 第2問

2  $k, m, n$  を自然数とすると、以下の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = \sin\left(k + \frac{1}{2}\right)x - \sin\left(k - \frac{1}{2}\right)x$$

とする。このとき、 $f(x)$  を

$$f(x) = 2 \cos \boxed{X} \times \sin \boxed{Y}$$

の形で表したい。  $X, Y$  に入る式をそれぞれ答えよ。

(2)  $x$  を  $\sin \frac{1}{2}x \neq 0$  をみたす実数とする。このとき、

$$\frac{\sin\left(m + \frac{1}{2}\right)x}{2 \sin \frac{1}{2}x} - \sum_{k=1}^m \cos kx$$

を求めよ。

(3) 関数

$$g_n(x) = \sum_{k=1}^n (n+1-k) \cos kx$$

に対して、

$$g_n(x) \geq -\frac{n+1}{2}$$

が、つねに成り立つことを証明せよ。