0002031188697999

東京理科大学

2015年 薬学部（薬）第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ a，bを実数として，3次関数 $f(x)=x^3-ax^2+3bx-10$ は $x=1$ で極値をとるとする．

(1) $a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}b+\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ であり，$b\neq\boxed{オ}$ である．

3 2 3 2 1

(2) 3次方程式 $x^3-ax^2+3bx-10=0$ が異なる3つの実数解をもつのは

$$b<-\boxed{カ},\quad \boxed{キ}<b$$

2 7

のとき，すなわち

$$a<-\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}},\quad \boxed{コ}\boxed{サ}<a$$

3 2 1 2

のときである．

ポイント $x=1$ で極値 $\Leftrightarrow$ $f'(1)=0$ かつ $f''(1)\neq 0$

(1) $f'(x)=3x^2-2ax+3b$

$\therefore f'(1)=3-2a+3b$

$\therefore f'(1)=0$ より．$a=\dfrac{3}{2}b+\dfrac{3}{2}$ //

また，$f''(x)=6x-2a$

$f''(1)=6-2a$

$f''(1)\neq 0$ より．$a\neq 3$

すなわち．$b\neq 1$ //

(2) (1)より．$f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}(b+1)x^2+3bx-10$

$\therefore f'(x)=3x^2-3(b+1)x+3b$

$=3(x-1)(x-b)$

$\therefore$ 極値をとるのは．$x=1$，b

$f(1)=\dfrac{3}{2}b-\dfrac{21}{2}$，$f(b)=-\dfrac{1}{2}b^3+\dfrac{3}{2}b^2-10$

$\therefore f(1)f(b)<0$ となればよいので，

$f(1)\cdot f(b)=-\dfrac{3}{4}(b-7)(b+2)(\underline{b^2-5b+10})$

$=(b-\dfrac{5}{2})^2+\dfrac{15}{4}>0$

$\therefore (b-7)(b+2)>0$ $\therefore$ $b<-2$，$7<b$ //

$\therefore$ (1)より．$\dfrac{2}{3}a-1<-2$，$7<\dfrac{2}{3}a-1$ $\Leftrightarrow$ $a<-\dfrac{3}{2}$，$12<a$ //