



2014年第5問

5 1から20までの目がふられた正20面体のサイコロがあり、それぞれの目が出る確率は等しいものとする。A, Bの2人がこのサイコロをそれぞれ一回ずつ投げ、大きな目を出した方はその目を得点とし、小さな目を出した方は得点を0とする。また同じ目が出た場合は、A, Bともに得点を0とする。このとき、Aの得点の期待値を求めよ。

Aが k 点, である確率 $P_k (k \geq 2)$ は

Aが k の目を出し, Bは $k-1$ 以下の目を出せばよいので

$$P_k = \frac{1}{20} \times \frac{k-1}{20} = \frac{k-1}{400} \quad \text{となる}$$

∴ 期待値は,

$$\sum_{k=2}^{20} \frac{k-1}{400} \cdot k = \frac{1}{400} \sum_{k=2}^{20} k^2 - k$$

$$= \frac{1}{400} \sum_{k=1}^{20} k^2 - k$$

$$= \frac{1}{400} \left(\frac{1}{6} \cdot 20 \cdot 21 \cdot 41 - \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 \right)$$

$$= \frac{20 \cdot 21}{400} \left(\frac{41}{6} - \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{133}{20}$$

H

Aが1点, になる
ことはないことに注意
する

ポイント
 $k^2 - k$ は $k=1$ のとき
0になるので
足しても同じ値になる