0001992187008999

東京女子大学

2014年 現代教養 第1問

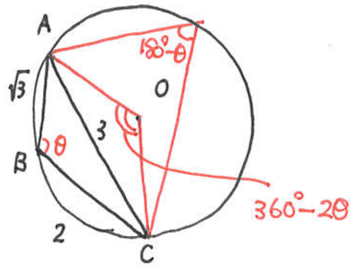
数理 石井K

$\boxed{1}$ 四角形OABCにおいて三角形ABCはOを中心とする円に内接している．$AB=\sqrt{3}$，$CA=3$，$BC=2$のとき以下の設問に答えよ．

(1) $\cos\angle ABC$を求めよ．

(2) OAを求めよ．

(3) 四角形OABCの面積を求めよ．



(1) $\triangle ABC$において，余弦定理より，

$$AC^2=AB^2+BC^2-2\cdot AB\cdot BC\cdot\cos\angle ABC$$

$$\therefore \cos\angle ABC=\frac{3+4-9}{2\cdot\sqrt{3}\cdot 2}=\underline{-\frac{\sqrt{3}}{6}}\,/\!/$$

(2) OAは外接円の半径であるから，正弦定理より

$$\frac{CA}{\sin\angle ABC}=2R\cdots①$$

ここで，$\cos\angle ABC=-\frac{\sqrt{3}}{6}$ より $\sin\angle ABC=\sqrt{1-\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{33}}{6}$

$\therefore$ ①に代入して，$R=OA=\dfrac{3}{2\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}}=\underline{\dfrac{3}{11}\sqrt{33}}\,/\!/$

(3) 円周角と中心角の関係より，$\angle AOC=360^\circ-2\times\angle ABC$

$$\therefore \sin\angle AOC=\sin(360^\circ-2\angle ABC)=-\sin 2\angle ABC$$

(1), (2)より，
$$\begin{aligned}-\sin 2\angle ABC&=-2\sin\angle ABC\cdot\cos\angle ABC\\&=-2\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}\\&=\frac{\sqrt{11}}{6}\end{aligned}$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3}\cdot 2\cdot\frac{\sqrt{33}}{6}+\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{11}\sqrt{33}\right)^2\cdot\frac{\sqrt{11}}{6}=\underline{\frac{31}{44}\sqrt{11}}\,/\!/$$