



2014年文系第3問

3 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの整数 a, b が $1 + \sqrt{2} = a + b\sqrt{2}$ を満たすならば, $a = b = 1$ であることを示しなさい. ただし, $\sqrt{2}$ が無理数であることは示さなくてよい.
- (2) k を自然数とする. 2つの整数 a, b が $(1 + \sqrt{2})^{k+1} = a + b\sqrt{2}$ を満たしているとき, $(1 + \sqrt{2})^k = a' + b'\sqrt{2}$ を満たす整数 a', b' を a, b を用いて表しなさい.
- (3) すべての自然数 n に対して,
命題「2つの整数 a, b が $(1 + \sqrt{2})^n = a + b\sqrt{2}$ を満たしているならば, $(1 - \sqrt{2})^n = a - b\sqrt{2}$ である」
が成り立つことを数学的帰納法を用いて示しなさい.