

2014年 歯・薬学部 (前期) 第1問

1 次を計算しなさい。

$$(1) \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^3 = \boxed{\text{ア}} \text{ である.}$$

$$(2) \log_3 \sqrt{6} - \frac{1}{2} \log_3 \frac{1}{5} - \frac{3}{2} \log_3 \sqrt[3]{30} = \boxed{\text{イ}} \text{ である.}$$

$$(3) x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}, y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \text{ のとき } x^4 - y^4 = \boxed{\text{ウ}} \text{ である.}$$

$$(1) \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i - 3}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^3 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + 3}{4} = \underline{\underline{1}}$$

(別解・理系)

ド・モアブルの定理より

$$(与式) = \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)^3 = \cos 2\pi + i \sin 2\pi = \underline{\underline{1}}$$

$$(2) (与式) = \log_3 6^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \log_3 5^{-1} - \frac{3}{2} \log_3 30^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \log_3 6 + \frac{1}{2} \log_3 5 - \frac{1}{2} \log_3 30$$

$$= \frac{1}{2} (\log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 30)$$

$$= \frac{1}{2} \log_3 \frac{6 \cdot 5}{30}$$

$$= \underline{\underline{0}}$$

$$(3) x + y = \sqrt{5}, xy = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$

$$= 5 - 1$$

$$= 4$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore x^4 - y^4 = (x+y)(x-y)(x^2+y^2)$$

$$= \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} \cdot 4$$

$$= \underline{\underline{4\sqrt{15}}}$$