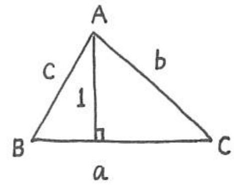
# 千葉大学

2010年 教育学部（算数・技術） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ △ABCにおいて，頂点Aから直線BCに下ろした垂線の長さは1，頂点Bから直線CAに下ろした垂線の長さは$\sqrt{2}$，頂点Cから直線ABに下ろした垂線の長さは2である．このとき，△ABCの面積と，内接円の半径，および，外接円の半径を求めよ．




$BC=a$，$CA=b$，$AB=c$，△ABCの面積を$S$とおくと，

$S=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot a$　∴ $a=2S$

同様に，$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot b$，$S=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot c$ より，$b=\sqrt{2}S$，$c=S$

よって余弦定理より，

$(2S)^2=(\sqrt{2}S)^2+S^2-2\sqrt{2}S\cdot S\cdot\cos A$

∴ $\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{4}$　∴ $\sin A=\frac{\sqrt{14}}{4}$

∴ $S=\frac{1}{2}bc\sin A$ に代入して，

$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}S\cdot S\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}$

$S>0$ より，$\underline{S=\frac{4\sqrt{7}}{7}}$ //

また，内接円の半径を$r$とすると，

$S=\frac{1}{2}r(a+b+c)$ より，

$S=\frac{1}{2}r(2+\sqrt{2}+1)\cdot S$

よって，$r=\frac{2}{3+\sqrt{2}}=\underline{\frac{2(3-\sqrt{2})}{7}}$ //

正弦定理より，

$\frac{a}{\sin A}=2R$

∴ $R=\frac{2\cdot\frac{4\sqrt{7}}{7}}{2\cdot\frac{\sqrt{14}}{4}}=\underline{\frac{8\sqrt{2}}{7}}$ //