

2011年理学部第4問

4 コインを投げ、点Pを次の規則によって正三角形ABCの頂点A, B, C上を動かす。点PがAにあるときは、表が出たらBに動かし、裏が出たらCに動かし、Bにあるときは、表が出たらCに動かし、裏が出たらAに動かし、Cにあるときは、表が出たらAに動かし、裏が出たらBに動かし。

はじめに点PはAにあるとし、コインを n 回投げた後にPがAにある確率を a_n , Bにある確率を b_n , Cにある確率を c_n とする。

(1) $a_1 = 0$, $b_1 = \frac{1}{2}$, $c_1 = \frac{1}{2}$ である。 $n = 2, 3, 4$ に対して、 a_n, b_n, c_n を求めよ。

(2) 次の問いに答えよ。

(i) a_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。

(ii) b_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。

(iii) c_{n+1} を a_n, b_n, c_n を用いて表せ。

(3) $b_n = c_n$ であることを示せ。

(4) a_n を求めよ。