安田女子大学

2013年 薬学部（B日程） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ は，$a_1 = 3$，$b_1 = 2$ であり，$a_{n+1} = 3a_n + 2b_n$，$b_{n+1} = 2a_n + 3b_n$（$n = 1, 2, 3, \cdots$）で定められている．このとき，次の問いに答えよ．

(1) a_2 および b_2 の値を求めよ．

(2) $a_n + b_n$ を n を用いて表せ．

(3) $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ の一般項を求めよ．

(1) 漸化式に $n=1$ を代入して，$a_2 = 3a_1 + 2b_1 = 13$ //，$b_2 = 2a_1 + 3b_1 = 12$ //

(2) 2つの漸化式を加えて．

$a_{n+1} + b_{n+1} = 5a_n + 5b_n$　　$\therefore a_{n+1} + b_{n+1} = 5(a_n + b_n)$

$\therefore \{a_n + b_n\}$ は初項 $a_1 + b_1 = 5$，公比5の等比数列

$\therefore a_n + b_n = 5 \cdot 5^{n-1}$　　$\therefore a_n + b_n = 5^n$ //

(3) 2つの漸化式を引き算して．

$a_{n+1} - b_{n+1} = a_n - b_n$　（$\therefore \{a_n - b_n\}$ は初項1，公比1の等比数列）

これはなくて，すぐ $a_n - b_n = a_1 - b_1 = 1$ でよい

$\therefore a_n - b_n = a_1 - b_1 = 1$　　$\therefore a_n - b_n = 1$

(2)の答えと連立させて．

$2a_n = 5^n + 1$　　$\therefore a_n = \dfrac{5^n + 1}{2}$，$b_n = \dfrac{5^n - 1}{2}$ //