

2010年B方式第3問

3 平面上のベクトル $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $\vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$ で, \vec{a} と \vec{b} のあいだに

$$|p\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{3}|\vec{a} - p\vec{b}|, \quad p > 0$$

の関係がある。次の問題に答えよ。

- (1) \vec{a} と \vec{b} のそれぞれの大きさ $|\vec{a}|$ と $|\vec{b}|$ を求めよ。
- (2) \vec{a} と \vec{b} の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を p の式で表わせ。
- (3) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の最小値 q を求めよ。
- (4) (3) のときの \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ。
- (5) (4) で $\beta = \frac{\pi}{4}$, $\alpha \geq \beta$, $0 \leq \alpha \leq \pi$ のとき, α を求めよ。