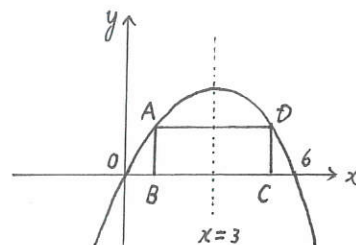


2016年A方式第2問


 数理
石井K

2 放物線 $y = 6x - x^2$ と x 軸で囲まれる図形に内接する長方形 ABCD を考える。ただし辺 BC は x 軸上にあり、B は C の左にある。

- (1) B の x 座標を a とするとき C の x 座標を a の式で表すこと。
- (2) 長方形 ABCD の面積を a で表すこと。
- (3) 長方形 ABCD の周囲の長さが最大になるときの a の値を求めよ。



(1) 放物線は $x = 3$ に関して対称であるから。

線分 BC の中点は $(3, 0)$ となる。 $C(x, 0)$ とおくと。

$$\frac{a+x}{2} = 3 \quad \text{よって、} x = \underline{6-a} //$$

(2) 点 A の x 座標は a であるから、 y 座標は $y = 6a - a^2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{長方形 ABCD の面積は、} BC \times AB &= (6-a-a) \cdot (6a-a^2) \\ &= \underline{2a^3 - 18a^2 + 36a} \quad (ただし、0 < a < 3) // \end{aligned}$$

(3) 周囲の長さを $L(a)$ とおくと、 $0 < a < 3$ において

$$\begin{aligned} L(a) &= 2BC + 2AB \\ &= 2(6-a-a) + 2(6a-a^2) \\ &= -2a^2 + 8a + 12 \\ &= -2(a^2 - 4a) + 12 \\ &= -2(a-2)^2 + 8 + 12 \\ &= -2(a-2)^2 + 20 \end{aligned}$$

\therefore 周囲の長さが最大になるとき、 $\underline{a=2}$ // これは $0 < a < 3$ をみたしている。