



2016年 第2問

2 $\alpha, \beta, a, b, c, d$ を実数とする。以下の問に答えよ。

- (1) 「すべての実数 x について $x^2 + ax + \beta > 0$ である」が成り立つための α, β に関する条件を求めよ。
 (2) 「すべての実数 y について $ay + b < 0$ である」が成り立つための a, b に関する条件を求めよ。
 (3) 「すべての実数 x, y について $x^2 + 4xy + 4y^2 + 5x + cy + d > 0$ である」が成り立つための c, d に関する条件を求めよ。

(1) $x^2 + ax + \beta = 0$ の判別式を D とすると, $D < 0$ であるから

$$D = a^2 - 4\beta < 0 \quad \therefore \underline{a^2 - 4\beta < 0} //$$

(2) 直線 $z = ay + b$ がすべての実数 y について, y 軸より下にあるから

$a = 0$ であることが必要条件

そのとき, $z = b$ となるから $b < 0$

以上より, $a = 0$ かつ $b < 0$ //

(3) $x^2 + (4y + 5)x + 4y^2 + cy + d > 0$

左辺を x の式とみて, (1) より $(4y + 5)^2 - 4(4y^2 + cy + d) < 0$

$$\therefore 40y + 25 - 4(cy + d) < 0$$

$$(40 - 4c)y + 25 - 4d < 0$$

y の式とみて (2) より, $40 - 4c = 0$ かつ $25 - 4d < 0$

$$\therefore \underline{c = 10, d > \frac{25}{4}} //$$