



2017年第5問

5 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_1 = 1, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} = a_{n+1}a_n + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. 0以上の整数  $k$  に対して,  $k$  を 3 で割った余りを  $R(k)$  とする. 例えば,  $R(5) = 2$  である.  $b_n = R(a_n)$  とし,  $s_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n$  とおく. 以下の問に答えよ.

- (1)  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_8$  を求めよ.
- (2) 0以上の整数  $p, q$  に対して,  $R(3p + q) = R(q)$  が成り立つことを示せ.
- (3)  $R(a_{n+1}a_n + 1) = R(b_{n+1}b_n + 1)$  が成り立つことを示せ.
- (4)  $b_{n+4} = b_n$  が成り立つことを示せ.
- (5) 数列  $\{s_n\}$  の一般項を求めよ.