



2018年第4問

4  $a$  を正の定数とする. 極方程式

$$r = e^{a\theta} \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

で表される  $xy$  平面上の曲線を  $C$  とする. 曲線  $C$  上の点  $P$  の座標を  $(x, y)$  とおく. 以下の間に答えよ.

- (1)  $x, y$  を  $\theta$  を用いてそれぞれ表せ.
- (2) 曲線  $C$  の長さを求めよ.
- (3) 点  $P$  における曲線  $C$  の接線の方程式を  $\theta$  を用いて表せ. ただし,  $0 < \theta < \pi$  とする.
- (4) 曲線  $C$  上の点  $P$  と原点を通る直線を  $l$ , 点  $P$  における曲線  $C$  の接線を  $m$  とする.  $l$  と  $m$  のなす角は  $P$  によらず一定であることを示せ.
- (5)  $l$  と  $m$  のなす角が  $\frac{\pi}{12}$  となるような  $a$  の値を求めよ.