



2017年 第5問

5 複素数 z_n を

$$z_1 = 1, \quad z_{n+1} = a(z_n + 1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。ただし、 i を虚数単位とし、 $a = \frac{i}{2}$ とする。以下の問に答えよ。

- (1) a の絶対値 $|a|$ と偏角 $\arg a$ を求めよ。ただし、偏角の範囲は $0 \leq \arg a < 2\pi$ とする。
- (2) $z_{n+1} + b = a(z_n + b)$ となる複素数 b を求めよ。
- (3) z_n の実部 x_n 、虚部 y_n を求めよ。
- (4) (3) の x_n と y_n について、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ をそれぞれ求めよ。