

2015年第3問

 3 $0 \leq \theta \leq \pi$ のとき, $3\sin\theta + \cos\theta = 1$ を満たす $\sin\theta$, $\cos\theta$ の値を求めよ.

$$3\sin\theta = 1 - \cos\theta \quad \text{の両辺を2乗して.}$$

$$9\sin^2\theta = 1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\therefore 9(1 - \cos^2\theta) = 1 - 2\cos\theta + \cos^2\theta$$

$$\therefore 10\cos^2\theta - 2\cos\theta - 8 = 0$$

$$\therefore 5\cos^2\theta - \cos\theta - 4 = 0$$

$$\therefore (5\cos\theta + 4)(\cos\theta - 1) = 0 \quad \therefore \cos\theta = 1, -\frac{4}{5}$$

$$\cos\theta = -\frac{4}{5} \text{ のとき, } 3\sin\theta + \cos\theta = 1 \text{ に代入すると, } \sin\theta = \frac{3}{5}$$

 これは $0 \leq \theta \leq \pi$ をみたす.

$$\cos\theta = 1 \text{ のとき, } 3\sin\theta + \cos\theta = 1 \text{ に代入すると, } \sin\theta = 0$$

 これは $0 \leq \theta \leq \pi$ をみたす.

$$\therefore (\sin\theta, \cos\theta) = (0, 1), \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$$

〃