



2013年第6問

6 中心を点 O とする半径 1 の円に内接する正六角形 H_1 があり、その頂点を反時計回りに $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ とする。辺 A_1B_1 上に点 A_2 を $\angle A_1OA_2 = 15^\circ$ を満たすようにとり、辺 B_1C_1 上に点 B_2 を $\angle B_1OB_2 = 15^\circ$ を満たすようにとる。同様に、図のように辺 $C_1D_1, D_1E_1, E_1F_1, F_1A_1$ 上にそれぞれ点 C_2, D_2, E_2, F_2 をとり、点 A_2 から点 F_2 を頂点とする正六角形を H_2 とおく。

上の操作を再び正六角形 H_2 に対して行い、辺 $A_2B_2, B_2C_2, C_2D_2, D_2E_2, E_2F_2, F_2A_2$ 上にそれぞれ点 $A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3$ をとり、これらを頂点とする正六角形を H_3 とおく。同様に 3 以上の整数 n に対して、上の操作を正六角形 H_n に行うことにより得られる正六角形を H_{n+1} とおく。以下の間に答えよ。



- (1) 辺 OA_2 の長さを求めよ。
- (2) 正六角形 H_2 の面積 S_2 を求めよ。
- (3) 正六角形 H_n の面積 S_n を n を用いて表せ。