0001834455618999

岐阜大学

2014年 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ サイコロを3回振り，出た目を順に a, b, c とする．関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 3ax^2 - 2bx + 3c$$

と定める．以下の問に答えよ．

(1) 方程式 $f(x)=0$ が $x=1$ を解にもつ確率を求めよ．

(2) 方程式 $f(x)=0$ が異なる2つの実数解をもつ確率を求めよ．

(3) 方程式 $f(x)=0$ が異なる2つの実数解をもつような $(a,\ b,\ c)$ の組について考える．このとき，x 軸と曲線 $y=f(x)$ で囲まれる図形の面積 S を a, b, c を用いて表せ．また，S の最大値を求めよ．

(1) $f(1) = 3a - 2b + 3c = 0 \quad \therefore 2b = 3(a+c)$

右辺は3の倍数，2と3は互いに素より b は3の倍数 すなわち $b = 3, 6$

$\therefore (a, b, c) = (1, 3, 1), (1, 6, 3), (2, 6, 2), (3, 6, 1)$ の4通り．

$\therefore \dfrac{4}{6^3} = \underline{\dfrac{1}{54}}$ //

(2) $D/4 = b^2 - 3a \cdot 3c > 0 \quad \therefore b^2 > 9ac \qquad b > 3\sqrt{ac}$ で $\sqrt{ac} \geqq 1$ より $b \geqq 4$

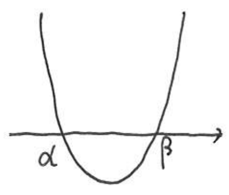
(i) $b=4$ のとき．$ac < \dfrac{16}{9} \quad \therefore ac = 1 \quad \therefore (a, b, c) = (1, 4, 1)$

(ii) $b=5$ のとき．$ac < \dfrac{25}{9} \quad \therefore ac = 1, 2 \quad \therefore (a, b, c) = (1, 5, 1), (2, 5, 1), (1, 5, 2)$

(iii) $b=6$ のとき．$ac < 4 \quad \therefore ac = 1, 2, 3 \quad \therefore (a, b, c) = (1, 6, 1), (1, 6, 2), (2, 6, 1)(1, 6, 3), (3, 6, 1)$

(i)〜(iii)より $\dfrac{9}{6^3} = \underline{\dfrac{1}{24}}$ //

(3) $f(x) = 3ax^2 - 2bx + 3c = 0$ を解くと，$x = \dfrac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4 \cdot 3a \cdot 3c}}{6a}$



$x = \dfrac{b + \sqrt{b^2 - 9ac}}{3a}$ ($= \beta$ とおく)，$\dfrac{b - \sqrt{b^2 - 9ac}}{3a}$ ($= \alpha$ とおく)

$\therefore S = \displaystyle\int_\alpha^\beta -3ax^2 + 2bx - 3c\, dx$

$= -3a \displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)\, dx$

$= \dfrac{a}{2}(\beta - \alpha)^3$

$= \dfrac{a}{2} \cdot \left(\dfrac{2\sqrt{b^2 - 9ac}}{3a}\right)^3$

$= \underline{\dfrac{4(b^2 - 9ac)^{\frac{3}{2}}}{27a^2}}$ //

aは小さい方がよい
bは大きい方がよい
cは小さい方がよい

$\therefore$ 最大値は(2)より $a=1, b=6, c=1$ のとき．$\underline{12\sqrt{3}}$ //