0002199360087999

岐阜大学

2016年 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 当たりくじ k 本を含む n 本のくじがある．A，B，Cの3人がこの順番で1本ずつくじを引く．ただし，$k+3 \leqq n$ であり，引いたくじはもとに戻さないものとする．以下の問に答えよ．

(1) $k=1$ のとき，Cが当たりくじを引く確率を求めよ．

(2) $k=2$ のとき，Cが当たりくじを引く確率を求めよ．

(3) $k \geqq 3$ のとき，A，Bがともに当たりくじを引く確率を求めよ．

(4) $k \geqq 3$ のとき，Aがはずれくじを引き，かつBが当たりくじを引く確率を求めよ．

(5) $k \geqq 3$ のとき，Cが当たりくじを引く確率を求めよ．

(1) A, B がはずれて C が当たる場合のみなので

$$\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-2}{n-1}\cdot\frac{1}{n-2} = \underline{\frac{1}{n}} \,/\!/$$

(2) (i) Aが当たり, Bがはずれ, Cが当たる確率 … $\dfrac{2}{n}\cdot\dfrac{n-2}{n-1}\cdot\dfrac{1}{n-2} = \dfrac{2}{n(n-1)}$

(ii) Aがはずれ, Bが当たり, Cが当たる確率 … $\dfrac{n-2}{n}\cdot\dfrac{2}{n-1}\cdot\dfrac{1}{n-2} = \dfrac{2}{n(n-1)}$

(iii) A, Bがはずれて Cが当たる確率 … $\dfrac{n-2}{n}\cdot\dfrac{n-3}{n-1}\cdot\dfrac{2}{n-2} = \dfrac{2(n-3)}{n(n-1)}$

(i)〜(iii) より, $\dfrac{2+2+2(n-3)}{n(n-1)} = \dfrac{2(n-1)}{n(n-1)} = \underline{\dfrac{2}{n}} \,/\!/$

(3) $$\frac{k}{n}\cdot\frac{k-1}{n-1} = \underline{\frac{k(k-1)}{n(n-1)}} \,/\!/$$

(4) $$\frac{n-k}{n}\cdot\frac{k}{n-1} = \underline{\frac{k(n-k)}{n(n-1)}} \,/\!/$$

(5) $$\underbrace{\frac{k}{n}\cdot\frac{k-1}{n-1}\cdot\frac{k-2}{n-2}}_{\text{A当B当C当}} + \underbrace{\frac{n-k}{n}\cdot\frac{k}{n-1}\cdot\frac{k-1}{n-2}}_{\text{AはB当C当}} + \underbrace{\frac{k}{n}\cdot\frac{n-k}{n-1}\cdot\frac{k-1}{n-2}}_{\text{A当BはC当}} + \underbrace{\frac{n-k}{n}\cdot\frac{n-k-1}{n-1}\cdot\frac{k}{n-2}}_{\text{AはBはC当}}$$

$$= \frac{1}{n(n-1)(n-2)}\cdot\left\{k(k-1)(k-2)+(n-k)\cdot k\cdot(k-1)+k(n-k)(k-1)+(n-k)(n-k-1)k\right\}$$

$$= \frac{k}{n(n-1)(n-2)}\cdot\left(k^2-3k+2+nk-n-k^2+k+nk-n-k^2+k+n^2-nk-n-nk+k^2+k\right)$$

$$= \frac{k}{n(n-1)(n-2)}\cdot(n-1)(n-2)$$

$$= \underline{\frac{k}{n}} \,/\!/$$

(注) くじ引きは何番目に引いても同じであることから

(1), (2), (5) の答えは簡単に予想できる.