



2018年 第3問

3 a, b を実数とする. 関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = a \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + b \sin^2 \theta \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

とする. 以下の問に答えよ.

- (1) 0 以上の実数 r と実数 α, β に対して, $p = r \cos \beta, q = r \sin \beta$ とおく. r を p と q を用いて表せ. また, 次の等式が成り立つことを示せ.

$$r \sin(\alpha + \beta) = p \sin \alpha + q \cos \alpha$$

- (2) 関数 $y = f(\theta)$ の最小値 m , 最大値 M を a, b を用いてそれぞれ表せ.
(3) すべての θ に対して $f(\theta) \geq 0$ となる条件を a, b を用いて表せ.
(4) すべての θ に対して $f(\theta) \leq 0$ となる条件を a, b を用いて表せ.
(5) 関数 $y = f(\theta)$ が θ の値によって正の値も負の値もとりうる条件を a, b を用いて表せ. また, この条件をみたす点 (a, b) 全体の集合を ab 平面上に図示せよ.