



2018年 第5問

5 $a > 1$ とする. 自然数 n に対して,

$$S_n = a^{3n+3} - 1$$

$$T_n = (a-1)(a^2 + a + 1) \sum_{k=1}^{n+1} a^{3k-3}$$

とする. 以下の問に答えよ.

- (1) $S_1 = T_1$ を示せ.
- (2) すべての n に対して, $S_{n+1} - S_n$ と $T_{n+1} - T_n$ が等しいことを示せ. また, 数学的帰納法を用いて, $S_n = T_n$ を示せ.
- (3) $2^{15} - 1$ を 7 で割ったときの余りを求めよ.
- (4) 5^{2018} を 31 で割ったときの余りを求めよ.