



2013年文系第5問

5 座標平面上の点で、 $x$ 座標と $y$ 座標がともに整数である点を格子点という。 $n$ を3以上の自然数とし、連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y \leq n$$

の表す領域を $D$ とする。格子点 $A(a, b)$ に対して、領域 $D$ 内の格子点 $B(c, d)$ が $|a - c| + |b - d| = 1$ を満たすとき、点 $B$ を点 $A$ の隣接点という。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $O(0, 0)$ の隣接点をすべて求めよ。また、領域 $D$ 内の格子点 $P$ が直線 $x + y = n$ 上にあるとき、 $P$ の隣接点の個数を求めよ。
- (2) 領域 $D$ 内の格子点のうち隣接点の個数が4であるものの個数を求めよ。
- (3) 領域 $D$ から格子点を1つ選ぶとき、隣接点の個数の期待値が3以上となるような $n$ の範囲を求めよ。ただし、格子点の選ばれ方は同様に確からしいものとする。