



2012年 理学部 第2問

2 すべての実数  $t$  に対して関数  $f(t)$ ,  $g(t)$  を  $f(t) = e^t - e^{-t}$ ,  $g(t) = e^t + e^{-t}$  と定義する. ただし,  $e$  は自然対数の底とする. 次の各問に答えよ.

- (1) すべての  $t$  に対して  $g(t) \geq 2$  であることを示せ.
- (2)  $f(t)$  は単調増加であることを示せ.
- (3)  $x = f(t)$ ,  $s = e^t$  とするとき,  $s$  を  $x$  を用いて表せ.
- (4)  $x = f(t)$  の逆関数  $t = f^{-1}(x)$  を求めよ.
- (5) 不定積分  $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} dx$  を  $x = f(t)$  と置換積分して求めよ.
- (6) 座標平面上で  $t$  を媒介変数とする曲線  $x = f(t)$ ,  $y = g(t)$  を考える. この曲線を, 媒介変数  $t$  を消去して  $x$ ,  $y$  に関する方程式で表せ.