早稲田大学

2015年 スポーツ科学学部 第6問

数理 石井K

$\boxed{6}$ 2つの箱AとBに，自然数が1つ記されたカードが何枚かずつ入っている．箱A，Bからカードを1枚ずつ，合計2枚のカードを取り出す試行を行う．自然数nに対し，取り出された2枚のカードに記された自然数の和がnである確率をP_nとする．

(1) 箱Aに数字2，3が記されたカードがそれぞれ1枚ずつ，箱Bに数字1，2，3が記されたカードがそれぞれ1枚ずつ入っているとき，$P_4 = \dfrac{\boxed{ネ}\ 1}{\boxed{ノ}\ 3}$である．また，取り出された2枚のカードに記された2つの自然数の和の期待値は$\dfrac{\boxed{ハ}\ 9}{\boxed{ヒ}\ 2}$である．

(2) 箱Aにカードが3枚，箱Bにカードが5枚入っていて，

$$P_2 = \frac{1}{15},\quad P_3 = \frac{1}{5},\quad P_4 = \frac{1}{3},\quad P_5 = \frac{2}{5}$$

が成立している．このとき，箱Bに入っているカードのうち，最も枚数が多いのは $\boxed{フ}$ 3 という数字が記されたカードであり，その枚数は $\boxed{ヘ}$ 3 枚である．

(1) $(A, B) = (2, 2), (3, 1)$ の2通りであるから．$P_4 = \dfrac{2}{2\times 3} = \underline{\dfrac{1}{3}}$〃

$(\text{期待値}) = \dfrac{1}{6}(3+4+5+4+5+6) = \underline{\dfrac{9}{2}}$〃

(2) 和が2 $\Leftrightarrow$ $(A, B) = (1, 1)$ であるから．$P_2 = \dfrac{1}{15}$ より

そのような場合は1通りである．よって．A，Bにはそれぞれ1のカードを1枚ある．

和が3 $\Leftrightarrow$ $(A, B) = (1, 2), (2, 1)$ と $P_3 = \dfrac{3}{15}$ より．

3通りある．また．$P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$ より．すべてのカードは3以下

∴考えられるのは次の3通り．

・Aは「1, 2, 3」，Bは「1, 2, 2, 3, 3」

・Aは「1, 3, 3」，Bは「1, 2, 2, 2, 3」

$P_6 > 0$ となってしまう．

・Aは「1, 2, 2」，Bは「1, 2, 3, 3, 3」

このうち条件をみたすのは最後の場合なので．枚数が最も多いのは $\underline{3}$〃 で $\underline{3枚}$〃