



2011年理系第2問

2 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $P = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  に対して,  $B = P^{-1}AP$  とおく. また,  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,  $a_n, b_n$  を

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

で定める. 次の問いに答えよ.

- (1)  $P^{-1}$  および  $B$  を求めよ.
- (2)  $a_n, b_n$  を求めよ.
- (3) 実数  $x$  を超えない最大の整数を  $[x]$  で表す. このとき

$$[(2 + \sqrt{3})^n] = a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を示せ. また

$$c_n = (2 + \sqrt{3})^n - [(2 + \sqrt{3})^n]$$

とするとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  の値を求めよ.