

2016年 国際文理（環境科学） 第5問

5  $a, b$  を  $a < b$  であるような正の定数とすると、以下の問に答えなさい。

(1) 不定積分

$$\int \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta} \sin \theta \cos \theta d\theta$$

を  $t = \sqrt{a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta}$  とおくことにより  $t$  の式で求めなさい。

(2) 媒介変数  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ ) によって表される図のような曲線

$$\begin{cases} x = a \cos^3 \theta \\ y = b \sin^3 \theta \end{cases}$$

を考える。この曲線の長さ  $l$  が

$$l = \frac{a^2 + ab + b^2}{a + b}$$

となることを示しなさい。

