

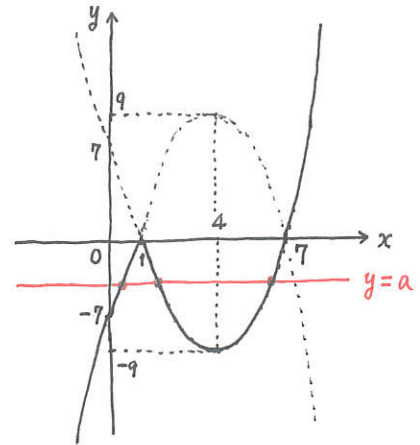


2013年 法学部・人間環境学部 第3問

3 関数 $f(x) = (x-7)|x-1|$ について、次の問に答えよ。

- (1) a を実数とするとき、方程式 $f(x) = a$ の異なる実数解の個数を調べよ。
- (2) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x - 7$ の交点の座標を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ ($0 \leq x \leq 3$) と2直線 $y = x - 7$, $x = 3$ で囲まれた2つの部分の面積の和 S を求めよ。

- (1) (i) $x \geq 1$ のとき $f(x) = (x-7)(x-1)$
- (ii) $x < 1$ のとき $f(x) = (x-7)(1-x) = -(x-7)(x-1)$
- (i), (ii) より $y = f(x)$ のグラフは右のようになる。



よって、このグラフと $y = a$ のグラフの交点の個数が異なる実数解の個数となるから、

$$\begin{cases} 3 \text{ 個} & (-9 < a < 0 \text{ のとき}) \\ 2 \text{ 個} & (a = -9, 0 \text{ のとき}) \\ 1 \text{ 個} & (a < -9, 0 < a \text{ のとき}) \end{cases}$$

(2) (i) $x \geq 1$ において

$$f(x) = (x-7)(x-1) \text{ より } (x-7)(x-1) - (x-7) = 0 \text{ を解くと、 } (x-7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 7 \quad \therefore \text{交点は } (2, -5), (7, 0)$$

(ii) $x < 1$ において

$$f(x) = -(x-7)(x-1) \text{ より } -(x-7)(x-1) - (x-7) = 0 \quad \therefore -x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0, 7 \quad x < 1 \text{ をみとずるのは } x = 0 \quad \therefore \text{交点は } (0, -7)$$

(i), (ii) より 交点は、 $(0, -7), (2, -5), (7, 0)$ //

$$(3) S = \int_0^1 -(x-7)(x-1) - (x-7) dx + \int_1^2 (x-7)(x-1) - (x-7) dx$$

$$+ \int_2^3 x-7 - (x-7)(x-1) dx$$

$$= \int_0^1 -x^2 + 7x dx + \int_1^2 x^2 - 9x + 14 dx + \int_2^3 -x^2 + 9x - 14 dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{7}{2}x^2 \right]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} - \frac{9}{2}x^2 + 14x \right]_1^2 + \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{2}x^2 - 14x \right]_2^3$$

$$= \frac{19}{6} + \frac{17}{6} + \frac{13}{6}$$

$$= \frac{49}{6} //$$

