



2016年 医学部 第4問

4 楕円 $x^2 + \frac{y^2}{a^2} = 1$ ($a > 0$) と y 軸の交点を $A(0, a)$, $B(0, -a)$ とする. θ が $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき, 点 $P(\cos \theta, a \sin \theta)$ はこの楕円上を動く. 以下の問いに答えよ.

(1) 線分 AP の長さを l とする. $X = \sin \theta$ ($-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) のとき, $Y = l^2$ となる関数を $Y = f(X)$ とする. $f(X)$ を X の式で表せ.

(2) $0 < a < 1$ の場合.

(1) の関数 $f(X)$ の最大値を a を用いて表し, そのときの X の値を求めよ.

(3) $a = 2$ の場合.

(1) の関数 $f(X)$ の値が最大となるときの点 P を P_1 とする. $f(X)$ の最大値と P_1 の座標を求めよ. また, 点 $A(0, 2)$ を中心とし点 P_1 を通る円を, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を求めよ.