群馬大学

2014年 教育学部（数学・技術・理科） 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ kを自然数とする．数列$\{a_n\}$において，初めのk項の和をT_1，次のk項の和をT_2，その次のk項の和をT_3とし，以下同様にT_4，T_5，$\cdots$を定めるとき，次の問いに答えよ．

(1) $\{a_n\}$が等比数列で$k=4$とする．$T_1=5$，$T_2=80$のとき，$\{a_n\}$の一般項を求めよ．ただし，公比は実数とする．

(2) $\{a_n\}$が等差数列ならば$\{T_n\}$も等差数列であることを証明せよ．

(1) $a_n = a\cdot r^{n-1}$ とおくと．（$T_1=5$ なので，$a \neq 0$）

$T_1 = a + ar + ar^2 + ar^3 = 5$ ——①

$T_2 = ar^4 + ar^5 + ar^6 + ar^7 = 80$ ——②

②÷①より，$\dfrac{r^4(a+ar+ar^2+ar^3)}{a+ar+ar^2+ar^3} = \dfrac{80}{5}$

$\therefore r^4 = 16 \qquad r = \pm 2$

・$r=2$のとき ①より $a+2a+4a+8a=5 \quad \therefore 15a=5 \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

・$r=-2$のとき ①より $a-2a+4a-8a=5 \quad \therefore -5a=5 \quad \therefore a=-1$

$\therefore a_n = \dfrac{2^{n-1}}{3}$ または，$a_n = -(-2)^{n-1}$

(2) $a_n = a+(n-1)\cdot d$ とおくと．（公差 d，初項 a）

$T_m = a_{(m-1)k+1} + a_{(m-1)k+2} + \cdots + a_{mk}$

$= a + \{(m-1)k\}\cdot d + a + \{(m-1)k+1\}\cdot d + \cdots + a + \{mk-1\}\cdot d$

k項の和．

$= ak + (m-1)k^2\cdot d + d\cdot(0+1+\cdots+(k-1))$

$= ak + (m-1)k^2\cdot d + \frac{1}{2}k\cdot(k-1)d$

$= ak + \frac{1}{2}k(k-1)d + (m-1)k^2\cdot d$

$\therefore T_n$は初項 $ak+\frac{1}{2}k(k-1)d$，公差 $k^2\cdot d$ の等差数列

となる ☒