



2017年 医学部 第5問

5 関数 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\log x$ がある. 曲線 $y = f(x)$ ($1 \leq x \leq e$) を C とし, 直線 $y = x$ を l とする. C 上の点 $A(1, f(1))$, $B(e, f(e))$ から l に下ろした垂線の足をそれぞれ M , N とする. ただし, $\log x$ は e を底とする自然対数である.

(1) C の長さを求めよ.

(2) C 上の点 $P(x, f(x))$ から l に下ろした垂線の足 Q について, 線分 MQ の長さを $g(x)$ とおくと, $\sqrt{2} \int_0^{g(e)} \log g^{-1}(t) dt$ を求めよ. ただし, $g^{-1}(x)$ は $g(x)$ の逆関数である.