群馬大学

2016年 教育学部（数学・技術）第1問

$\boxed{1}$ $a>0$ とする．関数 $f(x)=2x^2-4|x|+a$ と $g(x)=|x|-a$ について，次の問いに答えよ．

(1) $a=1$ のときの2つの関数のグラフをかけ．

(2) 2つの関数のグラフが2つの共有点をもつときの a の値を求めよ．

(3) 2つの関数のグラフが共有点をもつとき，それらの x 座標の絶対値がすべて1以上かつ3以下になるような a の値の範囲を求めよ．

(1) (i) $x \geqq 0$ のとき

$f(x)=2x^2-4x+1$　　$g(x)=x-1$

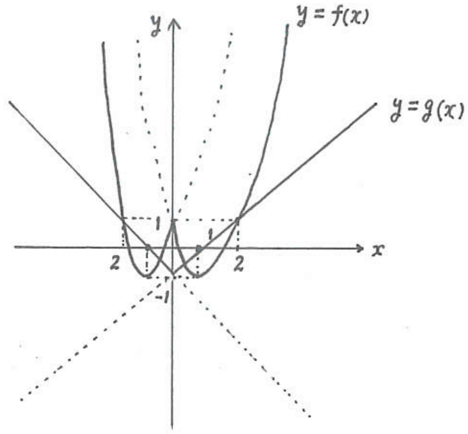
$=2(x-1)^2-1$

(ii) $x<0$ のとき

$f(x)=2x^2+4x+1$　　$g(x)=-x-1$

$=2(x+1)^2-1$

(i),(ii) より，グラフは右図のようになる．



(2) 2つのグラフはともに y 軸に関して対称であるから

$x>0$ の範囲において，1つの共有点をもつときを考えればよい

$x>0$ において，$f(x)=2x^2-4x+a$，$g(x)=x-a$

$\therefore\ 2x^2-4x+a-(x-a)=0 \iff 2x^2-5x+2a=0$ …①

ここで，$h(x)=2x^2-5x+2a$ とおくと，軸は $x=\frac{5}{4}$ で $2a>0$ であるから，

$D=0$ となればよい

$25-4\cdot2\cdot2a=0$

$\underline{a=\frac{25}{16}}$ //

(3) ①の解がともに $1 \leqq x \leqq 3$ をみたせばよい

よって，$1 \leqq \frac{5-\sqrt{25-16a}}{4} \leqq 3$ かつ $1 \leqq \frac{5+\sqrt{25-16a}}{4} \leqq 3$ かつ $D \geqq 0$

$\iff 25-16a \leqq 1$ かつ $25-16a \leqq 49$ かつ $25-16a \geqq 0$

$\iff \underline{\frac{3}{2} \leqq a \leqq \frac{25}{16}}$ //