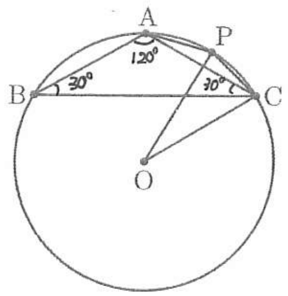
0002055364497999

広島工業大学

2015年 工・情報・環境学部 (A) 第7問

数理 石井K

7 下図のような $\angle B = \angle C = 30^\circ$ の二等辺三角形ABCにおいて，△ABCの外接円の中心をO，半径を $\sqrt{3}$ とする．さらに，弧AC上に AP = PC となる点Pをとる．次の問いに答えよ．

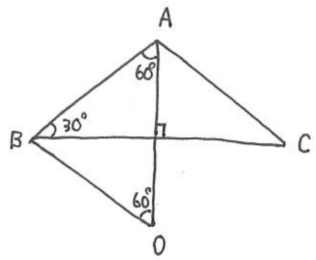


(1) 辺AB，BCの長さを求めよ．
(2) 線分BPの長さを求めよ．
(3) ∠BPC およびCPの長さを求めよ．
(4) 四角形ABCPの面積を求めよ．

(1) △OAB は正三角形 より.

$\underline{AB = \sqrt{3}}$ //

$\underline{BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2 = 3}$ //

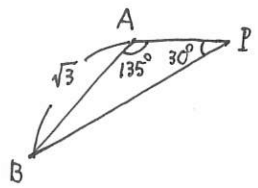


(2) $\angle APC = 150^\circ$ （∵ 四角形ABCPが円に内接するので）

$\therefore$ AP = PC より. $\angle CAP = 15^\circ$　　$\therefore \angle BAP = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$

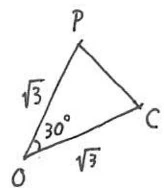
弧ABに対する円周角より. $\angle APB = \angle ACB = 30^\circ$

$\therefore$ 正弦定理より. $\frac{\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{BP}{\sin 135^\circ}$



$\therefore \underline{BP = \sqrt{6}}$ //

(3) $\angle BPC = \angle APC - \angle APB = 150^\circ - 30^\circ = \underline{120^\circ}$ //



円周角と中心角の関係より. $\angle POC = 2\angle PAC = 30^\circ$

$\therefore$ 余弦定理より. $CP^2 = 3 + 3 - 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ$　　$\therefore CP^2 = 6 - 3\sqrt{3}$

$\therefore CP = \sqrt{\frac{3}{2}(4 - 2\sqrt{3})} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot (\sqrt{3} - 1) = \underline{\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}}$ //

(4) $S = \triangle ABC + \triangle APC$　　$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \cdot CP^2 \cdot \sin 150^\circ$

$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{6 - 3\sqrt{3}}{4}$　　$\therefore \underline{S = \frac{3}{2}}$ //