



2013年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第2問

2 次の各問いに答えよ。

(1) 次の(i), (ii)に答えよ。

(i) m, n が自然数ならば, $\frac{m}{n} \neq \sqrt{2}$ である. このことを証明せよ.

(ii) p, q が自然数ならば, $\sqrt{2}$ は $\frac{p}{q}$ と $\frac{2q}{p}$ の間にある. すなわち, $\frac{p}{q} < \sqrt{2} < \frac{2q}{p}$ または $\frac{2q}{p} < \sqrt{2} < \frac{p}{q}$ が成り立つ. このことを証明せよ.

(2) 定数 a は実数で, $a > 0$, $a \neq 1$ とする. このとき, すべての正の実数 x, y に対して $x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$ が成り立つ. このことを証明せよ.