

2012年理系第1問

1  $e$  は自然対数の底とする.  $f(x) = x \log x$  ( $x > 0$ ,  $\log x$  は  $x$  の自然対数) とおく.  $t > e$  とするとき, 以下の問いに答えなさい.

- (1) 曲線  $y = f(x)$  上の点  $A$  における接線の傾きが  $\log t$  となるとき,  $A$  の  $x$  座標  $a(t)$  を求めなさい.
- (2)  $x \geq 1$  の範囲において, 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸および直線  $x = a(t)$  で囲まれた部分の面積  $S(t)$  を求めなさい.
- (3)  $t \rightarrow \infty$  のとき,  $\frac{S(t)}{t^p \log t}$  が 0 でない値に収束するような正の定数  $p$  の値を求めなさい. また, そのときの  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{S(t)}{t^p \log t}$  を求めなさい.