

2012年家政学部第4問

4 A, Bの2人がじゃんけんを繰り返すゲームをする. A, Bのどちらかが2回多く勝った時点でゲームは終了とする. 1回のじゃんけんでAが勝つ確率, Bが勝つ確率, あいこの確率はいずれも $\frac{1}{3}$ である. 自然数 n に対して, じゃんけんを n 回行った時点でちょうどゲームが終了となる確率を p_n とおく. また, じゃんけんを n 回行った時点で A, Bのどちらかが1回多く勝っている確率を q_n とおき, とともに同じ回数だけ勝っている確率を r_n とおく. 以下の問いに答えよ.

- (1) p_1, q_1 および r_1 の値を求めよ.
- (2) $n \geq 2$ のとき, p_n を q_{n-1} を用いて表せ.
- (3) $n \geq 2$ のとき, q_n, r_n のそれぞれを q_{n-1} と r_{n-1} を用いて表せ.
- (4) $n \geq 2$ のとき $q_n + kr_n = l(q_{n-1} + kr_{n-1})$ を満たす実数 k, l の値を2組求めよ.
- (5) (4)で求めた k, l の値の2組を k_1, l_1 と k_2, l_2 とおく. ただし $k_1 < k_2$ とする. 数列 $\{q_n + k_1 r_n\}$, 数列 $\{q_n + k_2 r_n\}$, 数列 $\{q_n\}$, 数列 $\{r_n\}$ の一般項をそれぞれ l_1, l_2 および n を用いて表せ.
- (6) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を l_1, l_2 および n を用いて表せ.