

2014年文系第3問

3  $a, b$  を定数とし, 2 次の正方行列  $A, X, Y$  は

$$A = aX + bY, \quad X + Y = E, \quad XY = O$$

をみたすとする. ここで,  $E$  と  $O$  はそれぞれ 2 次の単位行列と零行列を表す. このとき,  $X + Y = E$  の両辺に左から  $X$  を掛けると  $X^2 = X$  が成り立つことがわかる.

- (1)  $Y^2 = Y, YX = O$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $A$  が  $E$  の定数倍ではないとき,  $A - aE$  と  $A - bE$  はともに逆行列をもたないことを示せ.
- (3)  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$  のとき,  $a, b$  ( $a < b$ ) および  $X, Y$  を求めよ.