



2015年 第7問

7 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, x の関数 $f_n(x)$ を

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k = x + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$$

で定める. ただし, $0 \leq x < 1$ とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) $\left| f_{n+1}\left(\frac{1}{2}\right) - f_n\left(\frac{1}{2}\right) \right| \leq \frac{1}{1000(n+1)}$ を満たすような n の最小値を求めよ.
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n'(x)$ を求めよ.
- (3) n が偶数であるとき, 不等式 $f_n(x) \leq \log(x+1)$ を示せ.