



2017年 第5問

5  $\theta = \frac{\pi}{5}$  とするとき、座標平面上の点  $P_n(x_n, y_n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 10$ ) を次の式で与える.

$$\begin{cases} x_n = \left(1 + \frac{1}{5}(-1)^n\right) \cos n\theta \\ y_n = \left(1 + \frac{1}{5}(-1)^n\right) \sin n\theta \end{cases}$$

以下の問いに答えよ.

- (1) 点  $P_0, P_1, \dots, P_{10}$  の順序で各点を線分で結んで描かれる図形の概形を、解答用紙(省略)に与えた座標平面上に描け. ただし、各点の座標は記入しなくてよい. また、座標平面上に点線で描かれた図形は、単位円に内接する正10角形であり、その頂点の1つの座標は  $(1, 0)$  である.
- (2)  $5\theta = \pi$  を用いて、 $\sin 3\theta = \sin 2\theta$  が成り立つことを示せ.
- (3) (2) で示した等式を用いて、 $\cos \theta$  の値を求めよ.
- (4) 線分  $P_0P_1$ , 線分  $P_1P_2$ ,  $\dots$ , 線分  $P_9P_{10}$  の長さの総和を  $4\sqrt{a + b\sqrt{c}}$  と表すとき、整数  $a, b, c$  の値を求めよ.