

2014年 スポーツ科学学部 第3問

数理
石井K

3 連立不等式

$$\begin{cases} y \leq -\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)^2 + \frac{4}{\log_x 3} \dots (*) \\ y \geq \log_3 x \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

- (1) $\log_3 x = t$ とおくと、不等式 (*) を t と y で表すと、 $y \leq \boxed{\text{サ}} t^2 + \boxed{\text{シ}} t$ となる。 ③
- (2) 領域 D において、 y のとりうる値の範囲を表す不等式は、次の ① から ④ の中の $\boxed{\text{ス}}$ の形であり、 $a = \boxed{\text{セ}}$ 、 $b = \boxed{\text{ソ}}$ である。ただし、 $\boxed{\text{ス}}$ は 1 から 4 の数をマークして答えること。

- $\overset{0}{\text{セ}}$
 $\overset{4}{\text{ソ}}$
 ① $a \leq y \leq b$ ② $a \leq y < b$ ③ $a < y \leq b$ ④ $a < y < b$

- (3) x, y がともに整数である点 (x, y) が領域 D 内を動くとき、 $x - y$ の最大値は $\boxed{\text{タ}}$ である。

(1) 真数条件より、 $x > 0$ また、底の条件より $x \neq 1$

$$(*) \Leftrightarrow y \leq -\left(\frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}}\right)^2 + 4 \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 3} \quad (\text{底の変換公式より})$$

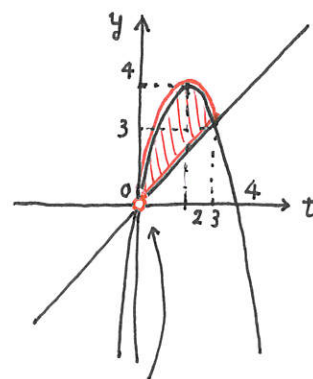
$$\Leftrightarrow y \leq -t^2 + 4t \quad (x \neq 1 \text{ より } t \neq 0)$$

$$(2) \begin{cases} y \leq -(t-2)^2 + 4 \quad (t \neq 0) \\ y \geq t \end{cases}$$

$$y = -t^2 + 4t \text{ と } y = t \text{ の交点は } (0, 0), (3, 3)$$

$$\therefore 0 < y \leq 4 \text{ なので } \underline{\text{③}}$$

$$\text{このとき、} \underline{a = 0, b = 4}$$



原点は含まないことに注意

- (3) D 内の x, y がともに整数である点の集合を N とおくと、

$$(x, y) \in N \Leftrightarrow (3^t, y) \in N$$

$$\therefore (x, y) = (3, 1), (3, 2), (3, 3), (9, 2), (9, 3), (9, 4), (27, 3)$$

$$\therefore x - y \text{ の最大値は } \underline{24} \quad (x = 27, y = 3 \text{ のとき})$$