

2013年理系第5問

5 区間  $-\infty < x < \infty$  で定義された連続関数  $f(x)$  に対して

$$F(x) = \int_0^{2x} tf(2x-t) dt$$

とおく.

- (1)  $F\left(\frac{x}{2}\right) = \int_0^x (x-s)f(s) ds$  となることを示せ.
- (2) 2次導関数  $F''$  を  $f$  で表せ.
- (3)  $F$  が3次多項式で  $F(1) = f(1) = 1$  となるとき,  $f$  と  $F$  を求めよ.