

2017年薬学部第1問

1 $AB_1 = 8$, $B_1C_1 = 4$, $C_1A = 6$ の $\triangle AB_1C_1$ において、内接円 O_1 の面積を S_1 とする。辺 B_1C_1 に平行で、内接円 O_1 に接する直線が辺 AB_1 , 辺 AC_1 と交わる点を、それぞれ B_2 , C_2 とし、 $\triangle AB_2C_2$ の内接円 O_2 の面積を S_2 とする。以下、同様な操作を繰り返して、 $\triangle AB_nC_n$ をつくり、その内接円 O_n の面積を S_n とする。ただし、 n は自然数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) $\sin A$ および $\sin \frac{A}{2}$ を求めよ。
- (2) 内接円 O_1 の半径 r_1 を求めよ。
- (3) 内接円 O_{n+1} の半径 r_{n+1} と内接円 O_n の半径 r_n の関係式を求めよ。
- (4) 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。