2016年 工学部（2日目）第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 放物線 $y=3x^2-18x+24$ を C_1 とし，放物線 C_1 を点 $(2,\ 0)$ に関して対称移動して得られる放物線を C_2 とする．C_1 の頂点を A，C_2 の頂点を B とするとき，次の各問に答えよ．

(1) 直線 AB の方程式を求めよ．

(2) 点 A を頂点とし点 B を通る放物線と，直線 AB で囲まれる図形の面積を求めよ．

(1) $y=3(x^2-6x)+24$

$=3(x-3)^2-27+24$

$=3(x-3)^2-3$

$\therefore$ C_1 の頂点は $A(3,-3)$

B は A を $(2,0)$ に関して対称移動した点より，$B(1,3)$

$\therefore$ 直線 AB：$y=\dfrac{-3-3}{3-1}(x-3)-3$

$\therefore$ $\underline{y=-3x+6}$ //

(2) A を頂点とする放物線は，

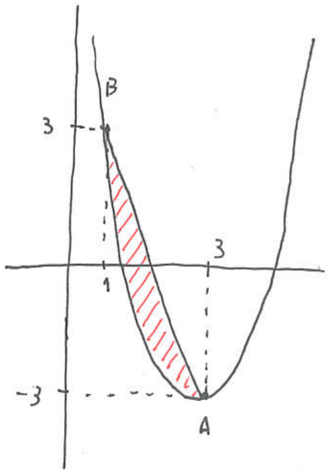
$y=a(x-3)^2-3$ （a は定数）と表せる

B を通るから

$3=a\cdot(-2)^2-3$

$\therefore$ $4a-3=3$

$a=\dfrac{3}{2}$



$\therefore$ $S=\displaystyle\int_1^3 -3x+6-\left\{\frac{3}{2}(x-3)^2-3\right\}dx$

$=\displaystyle\int_1^3 -\frac{3}{2}x^2+6x-\frac{9}{2}\,dx$

$=-\dfrac{3}{2}\displaystyle\int_1^3 (x-1)(x-3)\,dx$　$\dfrac{1}{6}$公式

$=-\dfrac{3}{2}\cdot\left(-\dfrac{1}{6}\right)\cdot(3-1)^3$

$=\underline{2}$ //