

2015年 看護医療学部 第5問



5 $f(x) = (x-1)|x-3| - 4x + 12$ とする。また、曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(1, f(1))$ における接線を l とする。以下に答えなさい。

- (1) $y = f(x)$ のグラフをかきなさい。
- (2) 直線 l の方程式を求めなさい。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l の点 P 以外の共有点 Q の座標を求めなさい。
- (4) 曲線 $y = f(x)$ と直線 l で囲まれた図形の面積 S を求めなさい。

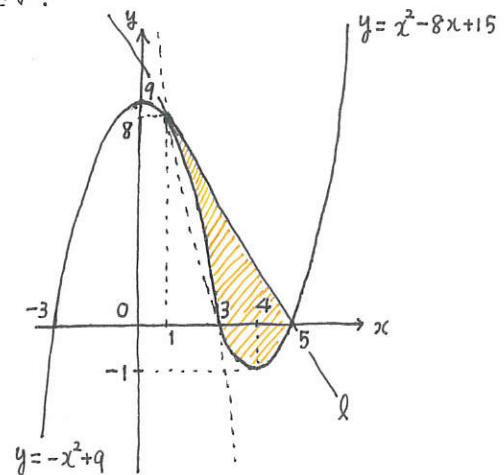
(1) (i) $x \geq 3$ のとき。

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(x-3) - 4x + 12 \\ &= x^2 - 8x + 15 \end{aligned}$$

(ii) $x < 3$ のとき。

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)(3-x) - 4x + 12 \\ &= -x^2 + 9 \end{aligned}$$

(i), (ii) より $y = f(x)$ のグラフは右のようになる。



(2) $y = 9 - x^2$ の点 $(1, 8)$ における接線が l であるから

$$y' = -2x$$

$$\therefore l: y = -2(x-1) + 8 \quad \therefore l: y = -2x + 10 //$$

(3) もう1つの交点、は l と $y = x^2 - 8x + 15$ の交点で x 座標が 3 以上のものであるから

$$x^2 - 8x + 15 - (-2x + 10) = 0$$

$$\therefore x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-5)(x-1) = 0 \quad \therefore x \geq 3 \text{ より } x = 5 \quad \therefore Q(5, 0) //$$

$$(4) S = \int_1^3 -2x + 10 - (-x^2 + 9) dx + \int_3^5 -2x + 10 - (x^2 - 8x + 15) dx$$

$$= \int_1^3 (x-1)^2 dx + \int_3^5 -x^2 + 6x - 5 dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-1)^3 \right]_1^3 + \left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x \right]_3^5$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{125}{3} + 75 - 25 + 9 - 27 + 15$$

$$= 8 //$$