



2011年 理学部・医学部 第2問

2 n を 2 以上の自然数とする. 平面上に距離が 1 である 2 点 O, P_0 がある. 中心が O で半径 1 の円周上に点 $P_k (k = 1, 2, \dots, n)$ を反時計回りに $\angle P_k O P_0 = \frac{k\pi}{n}$ となるようにとる. 三角形 $P_k O P_{k-1}$ の面積を T_k と表し, $S_n = \sum_{k=1}^n T_k$ とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) S_2 を求めよ.

(2) S_n を n で表せ.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.

(4) e_k を線分 $P_{k-1}P_k$ の長さとおいて, $E_n = \sum_{k=1}^n e_k$ とする. このとき,

$$S_n = \frac{1}{2} E_n \sin \frac{(n-1)\pi}{2n}$$

を示せ.

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n$ を求めよ.