



2011年 理学部・医学部 第2問

2  $n$  を 2 以上の自然数とする. 平面上に距離が 1 である 2 点  $O, P_0$  がある. 中心が  $O$  で半径 1 の円周上に点  $P_k (k = 1, 2, \dots, n)$  を反時計回りに  $\angle P_k O P_0 = \frac{k\pi}{n}$  となるようにとる. 三角形  $P_k O P_{k-1}$  の面積を  $T_k$  と表し,  $S_n = \sum_{k=1}^n T_k$  とおく. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $S_2$  を求めよ.
- (2)  $S_n$  を  $n$  で表せ.
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を求めよ.
- (4)  $e_k$  を線分  $P_{k-1}P_k$  の長さとおいて,  $E_n = \sum_{k=1}^n e_k$  とする. このとき,

$$S_n = \frac{1}{2} E_n \sin \frac{(n-1)\pi}{2n}$$

を示せ.

- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} E_n$  を求めよ.