信州大学

2014年 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ 関数 $f(x)=\int_x^{x+1}|\log(2-t)|\,dt\ (0<x<1)$ について，次の問いに答えよ．ただし，対数は自然対数である．

(1) $f(x)$ の導関数を求めよ．

(2) $f(x)$ を最小にする x の値を求めよ．

(1) $f(x)=\int_x^1 \log(2-t)\,dt+\int_1^{x+1}-\log(2-t)\,dt$

$=\int_x^1 (t-2)'\log(2-t)\,dt+\int_1^{x+1}(2-t)'\log(2-t)\,dt$

$=\Big[(t-2)\log(2-t)\Big]_x^1-\int_x^1 dt+\Big[(2-t)\log(2-t)\Big]_1^{x+1}-\int_1^{x+1}-dt$

$=-(x-2)\log(2-x)-\Big[t\Big]_x^1+(1-x)\log(1-x)+\Big[t\Big]_1^{x+1}$

$=(1-x)\log(1-x)-(x-2)\log(2-x)-1+x+x+1-1$

$=(1-x)\log(1-x)+(2-x)\log(2-x)+2x-1$

$\therefore f'(x)=-\log(1-x)+(1-x)\cdot\dfrac{-1}{1-x}-\log(2-x)+(2-x)\cdot\dfrac{-1}{2-x}+2$

$=\underline{-\log(1-x)-\log(2-x)}$ //

(2) (1)より $f'(x)=-\log(1-x)(2-x)$

$\therefore f'(x)=0$ となるのは．$(1-x)(2-x)=1$　$x^2-3x+1=0$

$0<x<1$ より．$x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ のとき．

右の増減表より．

x	(0)	$\cdots$	$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	$\cdots$	(1)
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

$f(x)$ を最小にする x は $\underline{x=\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}$ //