山形大学

2013年 人文学部 第1問　1枚目／2枚

数理 石#K

$\boxed{1}$ 2つの放物線 $C_1 : y=-2x^2$, $C_2 : y=-x^2+2x-35$ を考える．このとき，次の問に答えよ．

(1) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の2つの交点の座標を求めよ．

(2) a を実数とする．点 $(a,\ -a^2+2a-35)$ における放物線 C_2 の接線の方程式を求めよ．

(3) 放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．

(4) (1)で求めた交点の x 座標を b, c $(b<c)$ とする．また，$b \leqq a \leqq c$ とする．このとき，放物線 C_1 と放物線 C_2 および(2)で求めた接線で囲まれた図形の面積が $\dfrac{352}{3}$ となるような a の値を求めよ．

(1) $-x^2+2x-35-(-2x^2)=0$

$\therefore\ x^2+2x-35=0$

$(x-5)(x+7)=0 \quad \therefore\ x=5,\ -7$

$\therefore$ 交点は $\underline{(-7,\ -98),\ (5,\ -50)}$ //

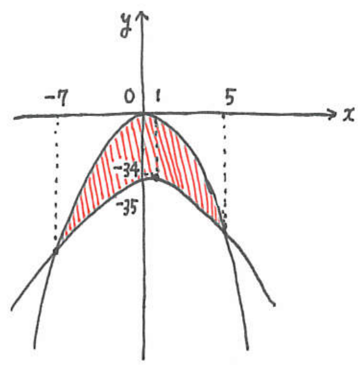
(2) $f(x)=-x^2+2x-35$ とおくと，

$f'(x)=-2x+2$

$\therefore$ 点 $(a,\ -a^2+2a-35)$ における C_2 の接線は，

$y=(-2a+2)(x-a)-a^2+2a-35$

すなわち，$\underline{y=-2(a-1)x+a^2-35}$ //

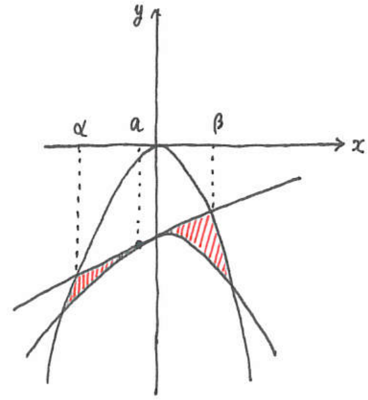


(3) $S=\int_{-7}^{5} -2x^2-(-x^2+2x-35)\,dx$

$=-\int_{-7}^{5}(x+7)(x-5)\,dx$　↓ $\frac{1}{6}$公式

$=\frac{1}{6}\{5-(-7)\}^3$

$=\underline{288}$ //



(4) (2)の接線と C_1 の交点の x 座標を α, β $(\alpha<\beta)$ とすると，α, β は

$2x^2-2(a-1)x+a^2-35=0$

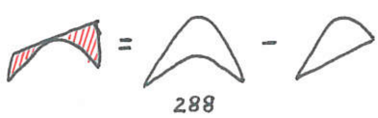
の解なので，解と係数の関係より，

$\alpha+\beta=a-1$，$\alpha\beta=\frac{1}{2}(a^2-35)$

$\frac{352}{3}=288-\int_{\alpha}^{\beta} -2x^2-\{-2(a-1)x+a^2-35\}\,dx$

$\therefore\ -2\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)\,dx=\frac{512}{3}$

$\therefore\ \frac{1}{3}(\beta-\alpha)^3=\frac{2^9}{3}$　↓ $\frac{1}{6}$公式　$\therefore\ \beta-\alpha=8$



数理 石井K

$\boxed{1}$ 2つの放物線 $C_1 : y = -2x^2$，$C_2 : y = -x^2 + 2x - 35$ を考える．このとき，次の問に答えよ．

(1) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の2つの交点の座標を求めよ．

(2) a を実数とする．点 $(a,\ -a^2 + 2a - 35)$ における放物線 C_2 の接線の方程式を求めよ．

(3) 放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．

(4) (1)で求めた交点の x 座標を b，$c\ (b < c)$ とする．また，$b \leqq a \leqq c$ とする．このとき，放物線 C_1 と放物線 C_2 および(2)で求めた接線で囲まれた図形の面積が $\dfrac{352}{3}$ となるような a の値を求めよ．

(4)のつづき．

$\alpha+\beta = a-1$，$\beta-\alpha = 8$，$\alpha\beta = \frac{1}{2}(a^2-35)$ を

$(\alpha+\beta)^2 = (\beta-\alpha)^2 + 4\alpha\beta$ に代入して，

$(a-1)^2 = 64 + 2(a^2-35)$

$\therefore\ a^2+2a-7=0$

$\therefore\ a = -1 \pm 2\sqrt{2}$

$-7 \leqq a \leqq 5$ より，どちらも条件をみたす．

$\therefore\ \underline{a = -1 \pm 2\sqrt{2}}$ //