2018年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ 定数 a，b，c を用いて，数列 $\{S_n\}$ を

$$S_n = a^n + b^n + c^n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

により定める．

(1) 恒等式

$$(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

を用いて S_{n+3}，S_{n+2}，S_{n+1}，S_n が満たす漸化式を求めよ．

(2) $a+b+c=0$，$abc \neq 0$ のとき，

$$\frac{S_2S_3}{S_5},\quad \frac{(S_2)^2S_3}{S_7},\quad \frac{S_2S_5}{S_7}$$

のそれぞれの値を求めよ．

(3) (2) で求めた3つの値に共通してあてはまる規則を1つ挙げよ．