

2018年医学部第4問

4 定数 a, b, c を用いて, 数列 $\{S_n\}$ を

$$S_n = a^n + b^n + c^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める.

(1) 恒等式

$$(x - a)(x - b)(x - c) = x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$$

を用いて $S_{n+3}, S_{n+2}, S_{n+1}, S_n$ が満たす漸化式を求めよ.(2) $a + b + c = 0, abc \neq 0$ のとき,

$$\frac{S_2 S_3}{S_5}, \quad \frac{(S_2)^2 S_3}{S_7}, \quad \frac{S_2 S_5}{S_7}$$

のそれぞれの値を求めよ.

(3) (2) で求めた 3 つの値に共通してあてはまる規則を 1 つ挙げよ.