

2016年 国際文理（国際教養）第5問

5 以下の問に答えなさい。

(1) $p > 0, q > 0$ とする。すべての実数 x に対し、不等式

$$\frac{x^2}{p} + \frac{1}{q} - \frac{(x+1)^2}{p+q} \geq 0$$

が成り立つことを示しなさい。

(2) 自然数 n に対する命題「 $p_1 > 0, p_2 > 0, \dots, p_n > 0$ ならば、不等式

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} + \dots + \frac{1}{p_n} \geq \frac{n^2}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

が成り立つ」がすべての自然数 n に対して真であることを、(1)の不等式を参考に、数学的帰納法を用いて証明しなさい。