

2018年医学部第3問

3 $\triangle ABC$ の各頂点 A, B, C の対辺の長さをそれぞれ a, b, c , 重心を G , 内心を I とする. 以下の問いに答えよ.

(1) $\vec{IG} = \left(\frac{1}{3} - \frac{b}{a+b+c}\right)\vec{AB} + \left(\frac{1}{3} - \frac{c}{a+b+c}\right)\vec{AC}$ を証明せよ.

(2) $\vec{IG} = \vec{0}$ は, $\triangle ABC$ が正三角形であるための必要十分条件であることを証明せよ.

(3) $\triangle ABC$ が正三角形でないとき, 次の条件 p, q は同値であることを証明せよ.

p : 順番を適当に入れ替えれば, a, b, c は等差数列をなす.

q : 線分 IG と平行な辺が存在する.